# Predikatu-logika. Ariketak

## 1. Sintaxia predikatu-logikan

1.1 Formaliza itzazu esaldiak honako funtzio proposizionalak erabiliz: $N(x)$: $x$ zenbaki arrunta da. $B(x)$: $x$ bikoitia da. $I(x)$: $x$ bakoitia da. $M(x)$: $x$ negatiboa da. $Z(x,y)$: $x$ zenbakiak $y$ zatitzen du. $A(x,y,z)$: $x$ zenbakia $y$ eta $z$ zenbakien biderkadura da.

a) Bikoitiak zenbaki arruntak dira.

b) Bikoitiak bakarrik dira zenbaki arruntak.

c) Zenbaki arrunt bat bera ere ez da negatiboa.

d) Badago bakoiti bat bikoiti guztiek zatitzen dutena.

e) Zenbaki arrunt orok bikoitiren bat zatitzen du.

f) Bikoitiak dira bi zenbaki bikoitiren biderkadura diren zenbaki bakarrak.

g) Bakoiti bat bera ere ez du bikoiti batek zatitzen.

1.2 Honako formuletan zenbatzaileen irismena adieraz ezazu, eta esan aldagaien zein agerpen diren askeak eta zein lotuak.

a) $\forall z \exists y (P(z,y) \wedge \forall z Q(z,x) \rightarrow R(z))$.

b) $\exists z \forall x (P(z,x) \vee \forall z Q(x,y,z))$.

c) $\forall x \exists y P(x,z,y) \rightarrow \exists x \neg Q(x,y) \vee R(z)$.

d) $\exists x (\neg P(x,y) \rightarrow R(x,z)) \vee \neg P(x,y)$.

e) $\exists x P(x,y) \wedge Q(z)$.

## 2.- Baliokidetza logikoak

Froga itzazu baliokidetza hauek baliokidetza-logikoak erabiliz:

a) $\forall x (N(x) \rightarrow \neg G(x)) \equiv \neg \exists x (N(x) \wedge G(x))$.

b) $\forall x (P(x) \rightarrow \exists y Q(y)) \equiv \exists x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)$.

c) $\forall x \exists y (P(x) \wedge Q(y)) \equiv \exists y \forall x (P(x) \wedge Q(y))$.

d) $\forall x \exists y (P(x) \wedge Q(y)) \equiv \forall x P(x) \wedge \exists y Q(y)$.

**3.- Dedukzio formala**

3.1 Formaliza itzazu honako argumentuak predikatu-logikarako. Ondoren, egin ezazu argumentuen baliozkotasunaren froga formala dedukzioa erabiliz.

a) Atleta guztiak langileak dira. Langile eta adimentsu den edonork ikasketak bukatuko ditu. Pello atleta da. Pello adimentsua da. Hortaz, Pellok ikasketak bukatuko ditu.

b) Oteiza miresten ez dutenak ez dira artezaleak. Izarok ez du inor miresten. Hortaz, Izaro ez da artezalea.

c) Donostiarrek edozein txalotzen dute. Gorkak ez du Txillida txalotzen. Hortaz, Gorka ez da donostiarra.

d) Lagun bat norbaiten aita bada, orduan norbait hori lagun horren semea edo alaba da. Edorta norbaiten aita da. Edortak ez du semerik. Hortaz, Edortak alabaren bat dauka.

e) Informatikariek gogoko dute abestea. Lagun batek ez du abestea gogoko, baina pianoa jotzen du. Hortaz, badago informatikaria ez den eta pianoa jotzen duen lagunen bat.

3.2 Eman itzazu hurrengo argumentuen baliozkotasunaren froga formalak:

a) $\forall x(P(x) \to Q(x)) \quad / \therefore \quad \forall x(Q(x) \to R(x)) \to (P(y) \to R(y))$

b) $\exists x P(x) \to \forall y Q(y) \quad / \therefore \quad \forall x(P(x) \to \forall y Q(y))$

c) $\exists x \forall y(P(x) \leftrightarrow Q(y)) \quad / \therefore \quad \forall y \exists x(P(x) \leftrightarrow Q(y))$

d) $\forall x(P(x) \vee Q(x))$
$\exists x(P(x) \vee \neg Q(x)) \quad / \therefore \quad \exists x P(x)$

e) $\exists x P(x) \to \forall y(P(y) \vee Q(y) \to R(y))$
$\exists x P(x) \wedge \exists x R(x) \quad / \therefore \quad \exists x(P(x) \wedge R(x))$

f) $\exists x P(x) \vee \exists y Q(y)$
$\forall x(P(x) \to Q(x)) \quad / \therefore \quad \exists y Q(y)$

g) $\exists x P(x) \vee \forall y(P(y) \to Q(y))$
$\forall x(R(x) \to \neg P(x)) \quad / \therefore \quad \forall x(P(x) \to R(x)) \to \forall y(P(y) \to Q(y))$