

Konbinatoria

Irakasgaia: Matematika Diskretua
Informatika fakultatea
Donostia

1

Aurkibidea

- Sarrera
- Oinarrizko zenbaketa-erregelak
- Aldakuntzak. Errepikatuzko aldakuntzak
- Permutazioak. Errepikatuzko permutazioak
- Konbinazioak. Errepikatuzko konbinazioak
- Bibliografia

2

Konbinatoria

- Konbinatoria multzo finitu baten elementuak hautatzeko edota ordenatzeko dauden era desberdinak aztertzen dituen matematikaren alorra da.
- Kontuan hartu behar izaten diren baldintzak:
 - Multzoko elementu guztiak hartu? Ala batzuk bakarrik...
 - Elementuak errepika daitezke?
 - Ordenak eragina al du?
- Problema ebazteko era desberdinak egon daitezke.
- Sarri problema bat problema txikiagotan deskonposa daiteke: batuketa-erregela, biderketa-erregela.

SARRERA 3

Oinarrizko zenbaketa-erregelak

Definizioa (Batuketaren erregela)

Ataza bat m modu desberdinetara burutu badaiteke eta beste ataza bat n modu desberdinetara, eta bi ataza horiek aldiberean burutzea posiblea ez bada, orduan bi ataza horietako edozein burutzeko $m + n$ modu desberdin daude.

Definizioa (Biderketaren erregela)

Prozedura bat bi urratsetan deskonposa badaiteke, lehenengo urratserako m emaitza posible badaude, eta emaitza horietako bakoitzerako n emaitza badaude bigarren urratsean, orduan prozedura osorako $m \times n$ emaitza posible daude.

OINARRIZKO ZENBAKETA-ERREGELAK 4

Aldakuntzak. Errepikatuzko aldakuntzak

Definizioa (Aldakuntzak)

n elementu ezberdin izanik, n horien arteko r elementuren ordenamendu bakoitza r tamainako aldakuntza bat da. n objektuekin osa daitekeen r tamainako aldakuntza kopurua:

$$V(n, r) = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{non } 0 \leq r \leq n$$

Definizioa (Errepikatuzko aldakuntzak)

n elementuekin r tamainako aldakuntzak osatzean elementuak errepikatuta agertzea posible bada, orduan **errepikatuzko aldakuntza** dela esaten da. Errepikatuzko aldakuntzetan $r \geq n$ izan daiteke. n objektuekin osa daitekeen r tamainako errepikatuzko aldakuntza kopurua:

$$VR(n, r) = n^r \quad \text{non } 0 \leq r$$

ALDAKUNTZAK. ERREPIKATUZKO ALDAKUNTZAK5

Permutazioak. Errepikatuzko permutazioak

Definizioa (Permutazioak)

n elementu izanik, n elementu horien ordenazioak n elementuren **permutazioak** dira, hau da, n elementuren n tamainako aldakuntzak dira. n elementuekin osa daitekeen permutazio kopurua hau da:

$$P(n) = V(n, n) = n!$$

Definizioa (Errepikatuzko permutazioak)

n elementu izanik, 1 motakoak n_1 badaude, 2 motakoak n_2, \dots, r motakoak n_r , non $n_1 + n_2 + \dots + n_r = n$ betetzen den, n elementu horien ordenazioak **errepikatuzko permutazioak** dira. Errepikatuzko permutazio kopurua horrela kalkulatzen da:

$$PR_{n_1, \dots, n_r}(n) = \frac{n!}{n_1! \dots n_r!}, \quad \text{non } n_1 + \dots + n_r = n \quad \text{den}$$

PERMUTAZIOAK. ERREPIKATUZKO PERMUTAZIOAK6

Konbinazioak. Errepikatuzko konbinazioak

Definizioa (Konbinazioak)

n objektu izanik, n horien arteko r objektuen aukeraketa bakoitza r tamainako konbinazioa dela esaten da, eta $C(n, r)$ notazioaz adierazten da. r objektuen aukeraketa egitean ordenak ez du garrantziarik. Konbinazio kopurua honela kalkulatzen da:

$$C(n, r) = \frac{V(n, r)}{P(r)} = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \quad \text{non } 0 \leq r \leq n$$

Definizioa (Errepikatuzko konbinazioak)

n objektuen artean r aukeratzekoan objektuak errepikatuta ager badaitezke, **konbinazio errepikatuzkoa** dela esaten da, eta $CR(n, r)$ notazioaz adierazten da. $r \geq n$ izan daiteke. Kopurua:

$$CR(n, r) = C(n+r-1, r) = \binom{n+r-1}{r}, \quad r \geq 0 \quad \text{izanik}$$

KONBINAZIOAK. ERREPIKATUZKO KONBINAZIOAK7

Bibliografia

- **Konbinatoria.** <https://eu.wikipedia.org/wiki/Konbinatoria>
- **Lur Entziklopedia Tematikoa.** Gai Unibertsalak, Matematika, Konbinatoria. <https://www.euskadi.eus>
- **Matemáticas Discreta y Combinatoria.** Una Introducción con aplicaciones. Ralph P. Grimaldi. Addison-Wesley Iberoamericana. Capítulo 1: "Principios fundamentales del Conteo"
- **Maths is Fun. Combinations and Permutations Calculator.** <https://www.mathsisfun.com/combinatorics/combinations-permutations-calculator.html>
- **Wolfram Mathworld.** The web's most extensive mathematics resource. <http://mathworld.wolfram.com/Combinatorics.html> <http://mathworld.wolfram.com/Permutation.html> <http://mathworld.wolfram.com/Combination.html>

KONBINAZIOAK. ERREPIKATUZKO KONBINAZIOAK8